La Meridiana

della Chiesa

di Nostra Signora

della Visitazione

di Perinaldo.

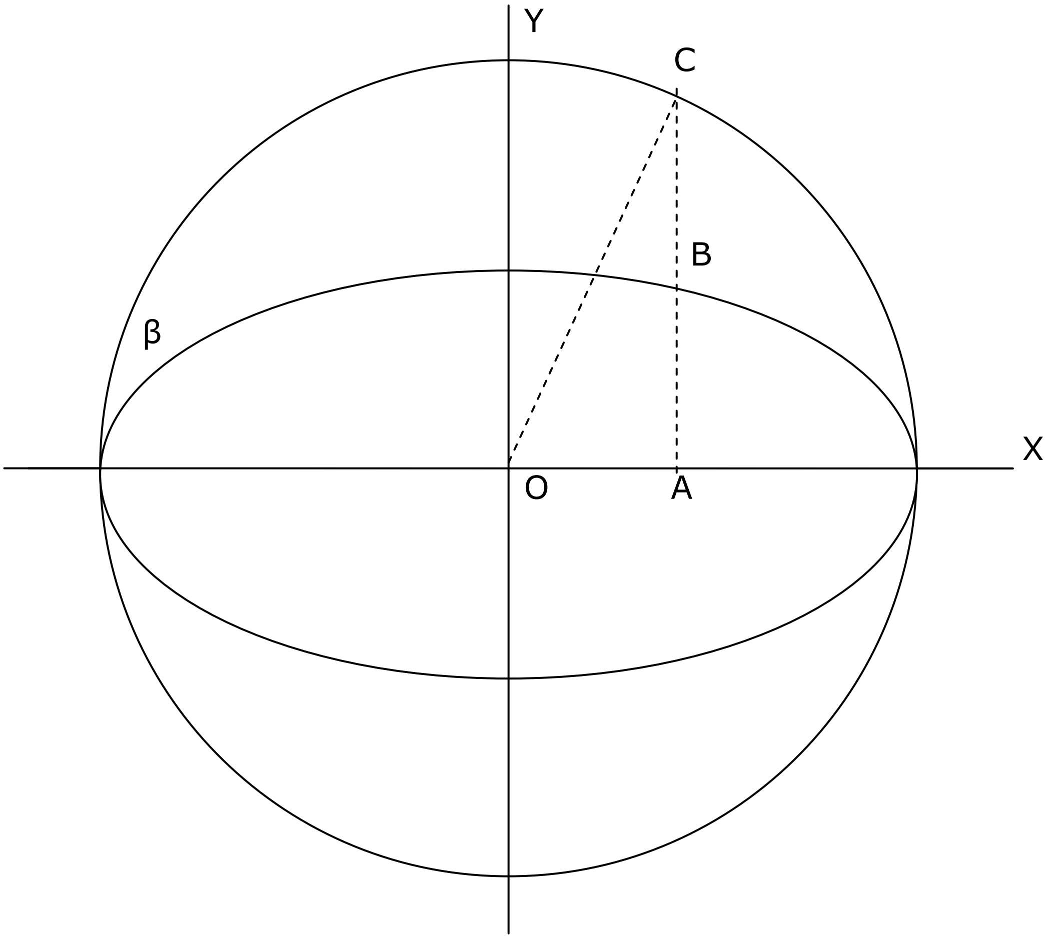
Dio creò il tempo...

Sanremo, febbraio 2009

Paolo Lupi e Agostino Reggiani

Variazioni del foro gnomonico al variare dell’inclinazione

del foro stesso secondo l’angolo beta.



OC = R   X = OA   Y = AB

AC = (R^2 −X^2)^0,5   AB = AC cos (β)

Y = cos(β) (R^2 − X^2)^0,5

Y^2 = [cos(β)^2] (R^2 − X^2)

Y^2 = R^2 [cos(β)^2] − X^2 [cos(β)^2]

X^2 [cos(β)^2] + Y^2 = R^2 [cos(β)^2]

$$\frac{X^2}{R^2} + \frac{Y^2}{R^2 [\cos(\beta)^2]} = 1$$

$$\frac{X^2}{(R)^2} + \frac{Y^2}{[(R)\cos(\beta)]^2} = 1$$

Esempi.

Diametro del foro gnomonico mm. 15. Raggio mm. 7,5

Sia a = semiasse maggiore e b = semiasse minore.

Il semiasse maggiore da quanto si evince dall'equazione della conica resta invariato mentre varia di dimensione l'asse minore al variare della declinazione del Sole.

Solstizio d'inverno. Declinazione del Sole $(-23{,}4388)°$

$\beta = ((23{,}4388+(-23{,}4388))° = 0°$

a = mm. 7,5 b = 7,5 cos(0)°=mm. 7,5

In questo caso il foro gnomonico è una circonferenza.

Declinazione del Sole $(-13)°$

$\beta = ((23{,}4388+(-13))° = (10{,}4388)°$

a = mm. 7,5 b = 7,5 cos(10,4388)° = mm. 7,3758675

Equinozio. Declinazione del Sole $(0)°$

$\beta = (23{,}4388-0)° = (23{,}4388)°$

a = mm. 7,5 b = 7,5 cos(23,4388)° = mm. 6,881141037

Declinazione del Sole $(+15)°$

$\beta = (23{,}4388+15)° = (38{,}4388)°$

a = mm .7,5 b = 7,5 cos(38,4388)° = mm. 5,87454483

Solstizio d'estate. Declinazione del Sole $(+23{,}4388)°$

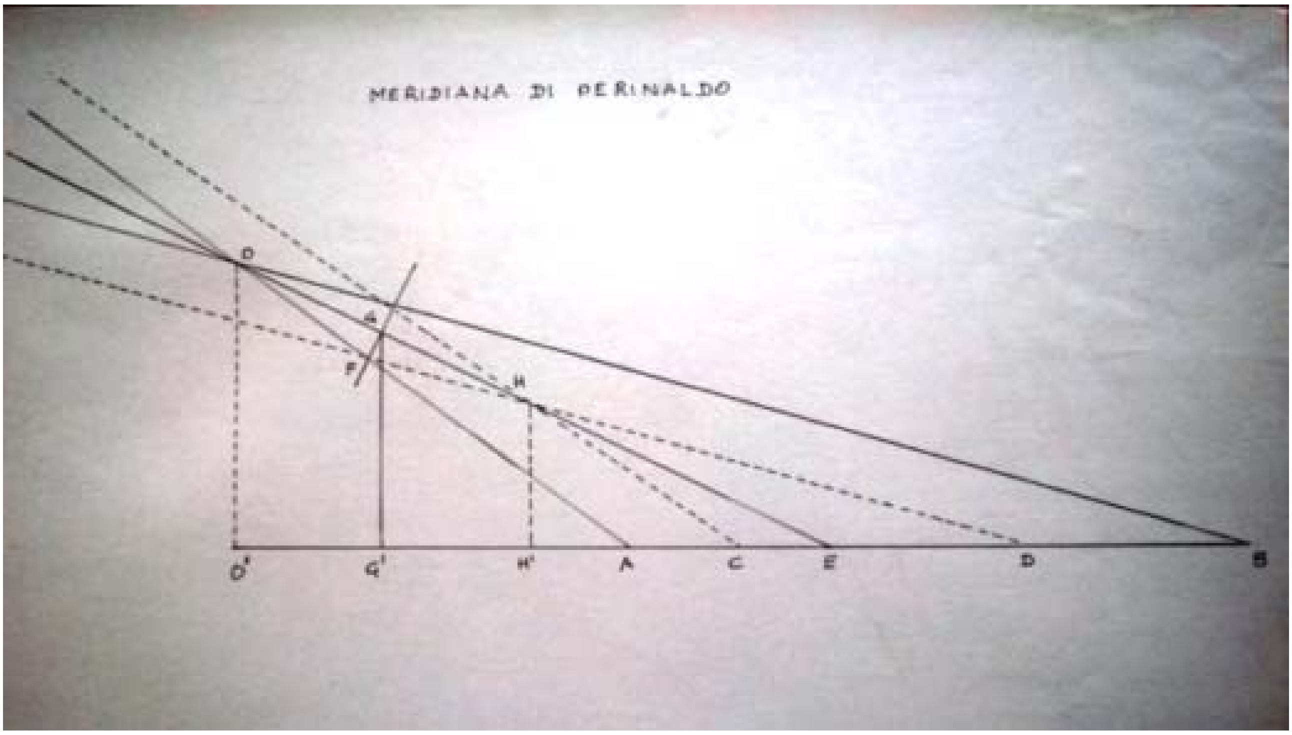
$\beta = (23{,}4388+23{,}4388)° = (46{,}8776)°$

a = mm. 7,5 b= 7,5 cos(46,8776)° = mm. 5,126751184

L'asse minore è complanare al piano verticale della meridiana e varia da:

mm. 5,126751184 ≤ b ≤ mm. 7,5

Meridiana di Perinaldo.



Ellisse solstizio invernale, dati del 22 dicembre 2006

Colatitudine (46,137986)°

Semi diametro solare = α = (0,270977184)°

Decl. del Sole (23,4388)° Altezza del Sole (22,699186)

Rifrazione (R) (0,03861)° Parallasse P (0,002254427)

Altezza del Sole corretta (+R−P) (22,73554157)°

φ = 90° − 22,73554157° = 67,26445843°

Altezza foro gnomonico mm. 8139

Diametro foro gnomonico mm. 15

OG = GH = FG/ tang (α) = mm.1585,798245

GE = [(tang (φ))^2+1]^0,5 = 2,587467833

GE = 2,587467833 x 8139= mm. 21059,4007

OE = OG + GE = mm. 22645,19894

OO’ = cos(φ) x OE = mm. 8751,876506

2a = asse maggiore. 2b = asse minore

Ellisse maggiore.

$2a = [\tan(\varphi + \alpha) - \tan(\varphi - \alpha)] \times OO' = $ mm. 554,3062196

$2b = \tan(\alpha) \times OE \times 2 = $ mm. 214,1999997

Ellisse minore.

$HE = GE - HG = $ mm. 19473,60245

$HH' = \cos(\varphi) \times 19474{,}38584 = 7526{,}123494$

$2a = [\tan(\varphi + \alpha) - \tan(\varphi - \alpha)] \times HH' = $ mm. 476,6722953

$2b = \tan(\alpha) \times HE \times 2 = $ mm. 184,1999997

Calcolo penombra.

mm. (554,3062196 − 476,6722953) = mm. 77,63392431

mm. (214,1999997 − 184,1999997) = mm. 30

Ellisse incisa.

mm.554,3062196−(20/100x77,63392431)=mm.538,7794347

mm.214,1999997−(20/100x30) = mm. 208,1999997

a = 538,7794347 / 2 = mm. 269,3897174

b = 208,1999997 / 2 = mm. 104,0999999

Poniamo OO’ = 1 quindi dividiamo i semi assi a e b per mm. 8139.

a = 0,033098626   b = 0,012790269

$c = (a^2 - b^2)^{0,5} = 0{,}030527497$ = distanza dei fuochi dal centro.

$R = a - c = $ mm. 0,002571129 = distanza dei fuochi dai vertici.

(b / a = 0,386429003)

arcocos(0,386429003) = (67,2675168)°

sen(67,2675168)° = 0,922319156

ora si ponga $tang(\varphi) x tang(\alpha) = K = 0{,}922319156$

$(1-e^2)X^2 + Y^2 - [2xRxex(1+e)]X - [(1+e)^2]xR^2 = 0$

$0{,}149327374X^2+Y^2-0{,}009117182X-2{,}442861x10^{-5}= 0$

ponendo $Y = 0$

$X1 = - 0{,}002571129$ $X2 = 0{,}063626123$

$X2 - X1 = 0{,}066197252 \times 8139 =$ mm. 538,7794347

Per $X = (X1 + X2)/2 = 0{,}030527497$

$Y = 0{,}012790269 \times 2 \times 8139 =$ mm. 208,1999997

Meridiana di Perinaldo.

Ellisse equinoziale.

Colatitudine. (46,137986)°

Semidiametro solare. = α =(0,26754547)°

Dec. del Sole (23,4388)° Altezza del Sole (46,137986)°

Rifrazione (R) (0,015555556)° Parallasse (0,002254427)°

Altezza del Sole corretta (+R−P) (46,15128713)

φ = (43,84871287)°

Altezza foro gnomonico mm. 8139

Diametro foro gnomonico mm. 15

7,5 x cos(23,4388) = mm. 6,881141037

OG= GH =FG/ tang (α) = mm. 1473,60923

GE =[(tang (φ))^2+1]^0,5 = 1,386632708

GE = 1,386632708 x 8139 = mm.11285,80361

Tang (φ +α) − tang (φ − α) = 0,017957246

11285,80361 + 1473,609229 = mm. 12759,41284

11285,80361 − 1473,609229 = mm. 9812,194381

12759,41284 x cos (φ) = mm. 9201,72499

9812,194382 x cos (φ) = mm. 7076,27501

9201,724989 x 0,017957246 = mm. 165,2376424

7026,275011 x 0,017957246 = mm. 127,0704136

165,2376424 − 127,0704136 = mm. 38,16722883

38,16722883 x 20 / 100 = mm. 7,633445766

Asse maggiore:

2a = 165,2376424 − 7,633445766 = mm. 157,6041966

OG = GH = 7,5 / tang(α) = mm. 1606,139034

11285,80361 + 1606,139034 = mm. 12891,94264

11285,80361 − 1606,139034 = mm. 9679,664577

12891,94264 x tang(α) x 2 = mm. 120,4

9679,664577 x tang(α) x 2 = mm. 90,4

120,4 − 90,4 = mm. 30

30 x 20 / 100 = mm. 6

Asse minore: 2b = 120,4 − 6 = mm. 114,4

Consideriamo l’altezza del foro gnomonico uguale all’unità.

$a = 157{,}6041966 / 2 / 8139 = 0{,}009682037$

$b = 114{,}4 / 2 / 8139 = 0{,}00702789$

Scriviamo l’equazione riferita agli assi:

$$\frac{X^2}{(0{,}009682037)^2} + \frac{Y^2}{(0{,}00702789)^2} = 1$$

$c = (a^2 - b^2)^{0,5} = 0{,}006659624$ (distanza dei fuochi dal centro)

$a - c = 0{,}003022413$ (distanza dei fuochi dai vertici)

arcocos $(b/a) = (43{,}45881449)°$

$\text{tang}(\varphi) \times \text{tang}(\alpha) = \text{sen}\,(43{,}45881449)° = 0{,}687832982$

$0{,}526885789X^2+Y^2-0{,}007017723X-2{,}602354 \times 10^{-5}=0$

per $Y = 0$ $\quad X1 = -0{,}003022413 \quad X2 = 0{,}016341661$

asse maggiore:

$a = X2 - X1 = 0{,}019364074 \times 8139 =$ mm. $157{,}6041983$

per $X = (X2 + X1) / 2 = 0{,}006659624$

asse minore:

$b = Y = 0{,}00702789 \times 2 \times 8139 = 114{,}4$

Meridiana di Perinaldo.

Ellisse solstizio estivo.

Colatitudine. (46,137986)°

Semidiametro solare. = α = (0,26185075)°

Dec. del Sole (23,4388)° Altezza del Sole (69,576786)°

Rifrazione (R) (0,006111111)° Parallasse (0,002254427)°

Alt. Sole corretta (+R−P) (69,58064286)

φ = (20,41935732)°

Altezza foro gnomonico mm. 7659

Diametro foro gnomonico mm. 15

7,5 x cos(23,4388 x 2) = mm.5,126693859

OG= GH =FG/ tang (α) = mm.1121,76832

GE =[(tang (φ))^2+1]^0,5 = 1,067048902

GE = 1,067048902 x 7659 = mm.8172,527541

Tang (φ +α) − tang (φ − α) = 0,010407205

8172,52754 + 1121,76832 = mm. 9294,29586

8172,52754 − 1121,76832 = mm. 7050,759221

9294,29586 x cos (φ) = mm. 8710,281078

7050,759221 x cos (φ) = mm. 6607,718922

8710,281078 x 0,010407205 = mm. 90,64968151

6607,718922 x 0,010407205 = mm. 68,76788595

90,64968151−68,76788595 = mm. 21,88179556

21,88179556 x 20 / 100 = mm.4,376359112

Asse maggiore:

2a = 90,64968151 − 4,376359112 = mm. 86,2733224

OG = GH = 7,5 / tang(α) = mm. 1641,069787

8172,52754 + 1641,069787 = mm. 9813,597328

8172,52754 − 1641,069787 = mm. 6531,457754

9813,597328 x tang(α) x 2 = mm. 89,7

6531,457754 x tang(α) x 2 = mm. 59,7

89,7 − 59,7 = mm. 30

30 x 20 / 100 = mm. 6

Asse minore: 2b = 89,7 − 6 = mm. 83,7

Consideriamo l'altezza del foro gnomonico uguale all'unità.

$a = 86{,}2733224 / 2 / 7659 = 0{,}005632153$

$b = 83{,}7 / 2 / 7659 = 0{,}00546416$

Scriviamo l'equazione riferita agli assi:

$$\frac{X^2}{(0{,}005632153)^2} + \frac{Y^2}{(0{,}00546416)^2} = 1$$

$c = (a^2 - b^2)^{0{,}5} = 0{,}001365322$ (distanza dei fuochi dal centro)

$a - c = 0{,}004266831$ (distanza dei fuochi dai vertici)

arcocos $(b/a) = (14{,}02915282)°$

$\tan(\varphi) \times \tan(\alpha) = \text{sen}\,(14{,}02915282)° = 0{,}242415563$

$0{,}941234695X^2+Y^2-0{,}002570176X-2{,}810249 \times 10^{-5}=0$

per $Y = 0$ $\quad X1 = - 0{,}004266831 \quad X2 = 0{,}0006997475$

asse maggiore:

$a = X2 - X1 = 0{,}011264306 \times 7659 =$ mm. $86{,}27331965$

per $X = (X2 + X1) / 2 = 0{,}001365322$

asse minore:

$b = Y = 0{,}00546416 \times 2 \times 7659 = 83{,}7$

Calcolo velocità di spostamento.

Latitudine = Elevazione dello stilo = φ = $(43,86201389)°$

g = ortostilo m = sotto stilo virtuale

ω = angolo formato dalle semirette orarie con la sustilare

d = declinazione del Sole = $\pm(23,4388)$

g1 = mm. 7659 g2 = 8139

Inclinazione = i = 90°

Angolo sustilare = 180° Ora sustilare 12h

$m1 = g1 / \tan(\varphi)$ = mm. 7969,446853

$m2 = g2 / \tan(\varphi)$ = mm. 8468,902982

ora 11h 59m 00s = (11,98333333)h

ora 12h 01m 00s = (12,01666667)h

$(11,98333333)h \times 15° = (179,75)°$

$(12,01666667)h \times 15° = (180,25)°$

$(179,75)° - 180° = -(0,25)°$

$(180,25)° - 180° = +(0,25)°$

$\tan(\omega) = \tan(\pm 0,25) \times \mathrm{sen}(\varphi) = \pm 0,00302347$

E' inutile considerare l'ambiguità del segno essendo due punti simmetrici rispetto alle ore 12 e distanti un minuto.

Solstizio estivo velocità di spostamento.

$\mathrm{Tan}(\varphi - d) \times g1 + m1$ = mm. 10821,33625

$0,00302347 \times 10821,33625$ = mm/min 32,71798921

mm. 32.7179891 / 60 = mm/sec 0,54529982

Equinozio velocità di spostamento.

Tan(φ) x g2 + m2 = mm. 16290,85125

0,00302347 x 16290,85125 = mm/min 49,25490561

mm. 49,25429982 /60 = mm/sec 0,820915093

Solstizio invernale velocità di spostamento.

Tan(φ + d) x g2 + m2 = mm. 27926,58514

0,00302347 x 27926,58514 = mm/min 84,43520194

mm. 84,43520194 / 60 = mm/sec 1,407253366

Spostamento del punto equinoziale.

Il calcolo dello spostamento del momento equinoziale di primavera è stato eseguito con le formule del prof. Peter Duffett dell'Università di Cambridge.

$\varepsilon = 360° / 365{,}2422 = 0{,}985647332$
n = (numero dei giorni trascorsi dal perielio)
$\varepsilon = 0{,}985647332 \times n$
e = 0,016713 (eccentricità dell'ellisse terrestre.
$v = \varepsilon + (360° / \pi)\, e\, \mathrm{sen}(\varepsilon)$ $v = \varepsilon + 1{,}915168726\, \mathrm{sen}(\varepsilon)$
$v2 - v1 = \omega$ $\delta = \mathrm{arcsen}(0{,}397769292\, \mathrm{sen}(\omega)$

il 19/3 $v = 76{,}00473974$
il 20/3 $v = 76{,}99910549$
il 21/3 $v = 77{,}99292343$

$\omega = 76{,}00473974 - 76{,}99910549 = -0{,}99436575$
$\omega = 77{,}99292343 - 76{,}99910549 = +0{,}993817943$

$\delta = -(0{,}395511446)°$ $\delta = -0°\ 23'\ 43{,}84121''$
$\delta = +(0{,}395293573)°$ $\delta = +0°\ 23'\ 43{,}05686''$

$\tan(43{,}84871287 - 0{,}395511446)° - \tan(43{,}84871287)° =$
$= -0{,}013185477$

$\tan(43{,}84871287 + 0{,}395293573)° - \tan(43{,}84871287)° =$
$= +0{,}013354103$

$[0{,}013354103 - (-0{,}013185477)]/2 \times 8139 =$ mm. 108,0028224
(Spostamento giornaliero in direzione nord sud)

mm. 108,0028224 / 24 = mm. 4,5 (Spostamento orario.)

mm. 157,6041983 / 4,5 = ore 35 (Spazi in cui viene diviso l'asse maggiore dell'ellisse equinoziale.)
Questi spazi sono numerati da 0 a 35 in direzione sud nord e da 0 a 35 in direzione nord sud.

Queste due numerazioni permettono di considerare quando avviene l'equinozio di primavera oppure se è già avvenuto.

Esempio: Se il vertice dell'ellisse luminosa rivolto verso sud lambisce il tratto numero 35, l'equinozio avverrà fra 35 ore mentre se il vertice rivolto verso nord lambisce sull'altra numerazione il numero 35 l'equinozio è avvenuto 35 ore fa e cosi per tutte le altre numerazioni.

Calcolo ascensione retta.

Equazione dell'ellisse relativa alla linea meridiana.

Solstizio estivo Tang.(20,42321389)° = 0,372357931

Equinozio Tang.(43,86201389)° = 0,96104537

Solstizio invernale Tang.(67,30081389)° = 2,390672338

a = (2,390672338 − 0,372357931) /2 = 1,009157203

R = 0,96104537 −0,372357931 = 0,588687439

c = 1,009157203 − 0,588687439 = 0,420469764

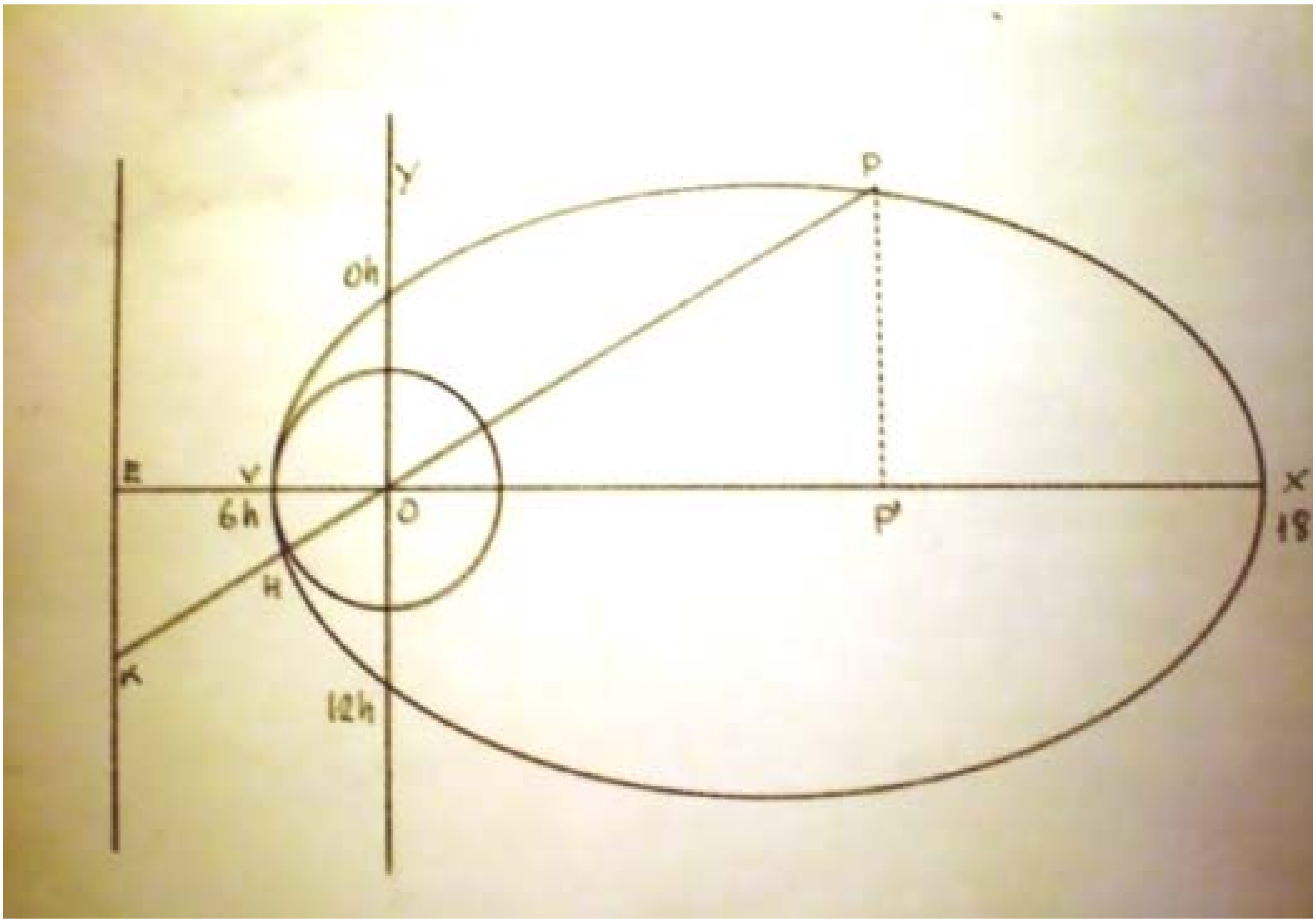
b = (a^2 − c^2)^0,5

(1,009157203^ 2 − 0,420469764^2)^0,5 = 0,917389469

e = (c/a) = 0,416654376

oppure e = tan(43,86201389)tan(23,4388)

0,826399131X^2 + Y^2 − 0,694951696X−0,695500351=0



1° Esempio:

Il raggio luminoso colpisce il punto distante mm. 16278 dal piede della perpendicolare condotta dal foro gnomonico.

16278 / 8139 = 2

Se la linea meridiana fosse divisa in spazi di mm. 81,39 e numerati da 0 a 240, il raggio solare avrebbe raggiunto il punto numero 200 ed il valore della tangente, centesima parte, avrebbe valore 2.

h = arcocotan(2) = (26,56505118)°

δ = 43,86201389−90+26,56505118)° = (−19,57293493)°

δ = (−19,57293493)° = −19° 34′ 22,5657′′

X = 2 − (0,372357931+0,588687439) = 1,03895463

0,826399131X^2 + Y^2 − 0,694951696X−0,69550035=0
X = 1,03895463

X = 1,03895463 Y = ±0,724904356

ar=arccotan(±0,724904356/1,03895463)=(±34,90443511)°

(270−34,90443511)° = (235,0955649)° = 15h 40m 22s
(270+34,90443511)° = (304,9044351)° = 20h 19m 37s

2° Esempio.

Il raggio luminoso colpisce il punto numero 48 distante mm. 3906,72 dal piede della perpendicolare condotta dal foro gnomonico.

3906,72 / 8139 = 0,48

h = arcocotan(0,48) = (64,35899418)°

δ = 43,86201389−90+64,35899418)° = (18,22100806)°

δ = (18,22100806)° = 18° 13′ 15′′

X =0,48− (0,372357931+0,588687439) = −0,48104537

0,826399131X^2 + Y^2 − 0,694951696X−0,69550035=0
X = −0,48104537

X = −0,48104537 Y = ±0,412267455

ar=arcocotan[±0,412267455/(−0,48104537)]=
=(±40,59737056)°

(90−40,59737056)° = (49,40262944)° = 3h 17m 36s
(90+40,59737056)]° = (130,5973706)° = 8h 42m 23s

Ora si supponga di conoscere ascensione retta e si desideri determinare a quale distanza è sulla linea meridiana il raggio luminoso.

3° Esempio.

Ar = 20h 58m37s

Ar =(20,97694444)h x 15° = (314,6541667)°

(314,6541667+90) = (404,6541667)°

Y =tan(404,6541667)° = 0,988000422X

$0,826399131X^2 + Y^2 - 0,694951697X - 0,69550035 = 0$
$Y = 0,988000422X$

X1 = −0,457617821 X2 = 0,843157209
Y1 = −0,452126601 Y2 = 0,833039679

D = Distanza del raggio luminoso dal piede della verticale condotta dal foro gnomonico.

D=0,372357931+0,588687439+0,843157209= 1,804202579

h = Altezza del Sole sull'orizzonte.

h = arcocotan(1,804202579) = (28,99791515)°

δ = Declinazione del Sole.

δ =(43,86201389−90+28,99791515)° = −17° 08' 24''

4° Esempio.

Ar = 0h 38m 01s

Ar =(0,633611111)h x 15° = (9,504166667)°

(9,504166667+90)° = (99,50416667)°

Y = tan(99,50416667)° = −5,973095915

$0,826399131X^2 + Y^2 - 0,694951697X - 0,69550035 = 0$
$Y = -5,973095915X$

X1 = −0,12884011 X2 = 0,147877654
Y1 = 0,769574336 Y2 = −0,883287408

D=0,372357931+0,588687439+(−0,12884011)=0,83220526

$h = arcocotan(0,83220526) = (50,23258464)°$

$\delta = (43,86201389-90+50,23258464) = 4° \ 05' \ 40''$

5° Esempio.

Ar = 8h 41m 07s

Ar = (8,685277778)h x 15° = (130,2791667)°

(130,2791667+90) = (220,2791667)°

$Y = tan(220,2791667)° = 0,847436744$

$0,826399131X^2 + Y^2 - 0,694951697X - 0,69550035 = 0$
$Y = 0,847436744X$

$X1 = -0,482777094$ $X2 = 0,932715602$
$Y1 = -0,409123048$ $Y2 = 0,790417472$

$D=0,372357931+0,588687439+(-0,482777094)=0,478268276$

$h = arcocota(0,478268276) = (64,43968947)°$

$\delta = (43,86201389-90+64,43969847) = 18° \ 18' \ 06''$

6° Esempio.

Ar = 14h 21m 06s

Ar = (14,35166667)h x 15° = (215,275)°

(215,275+90)° = (305,275)°

$Y = tan(305,275) = -1,413658153$

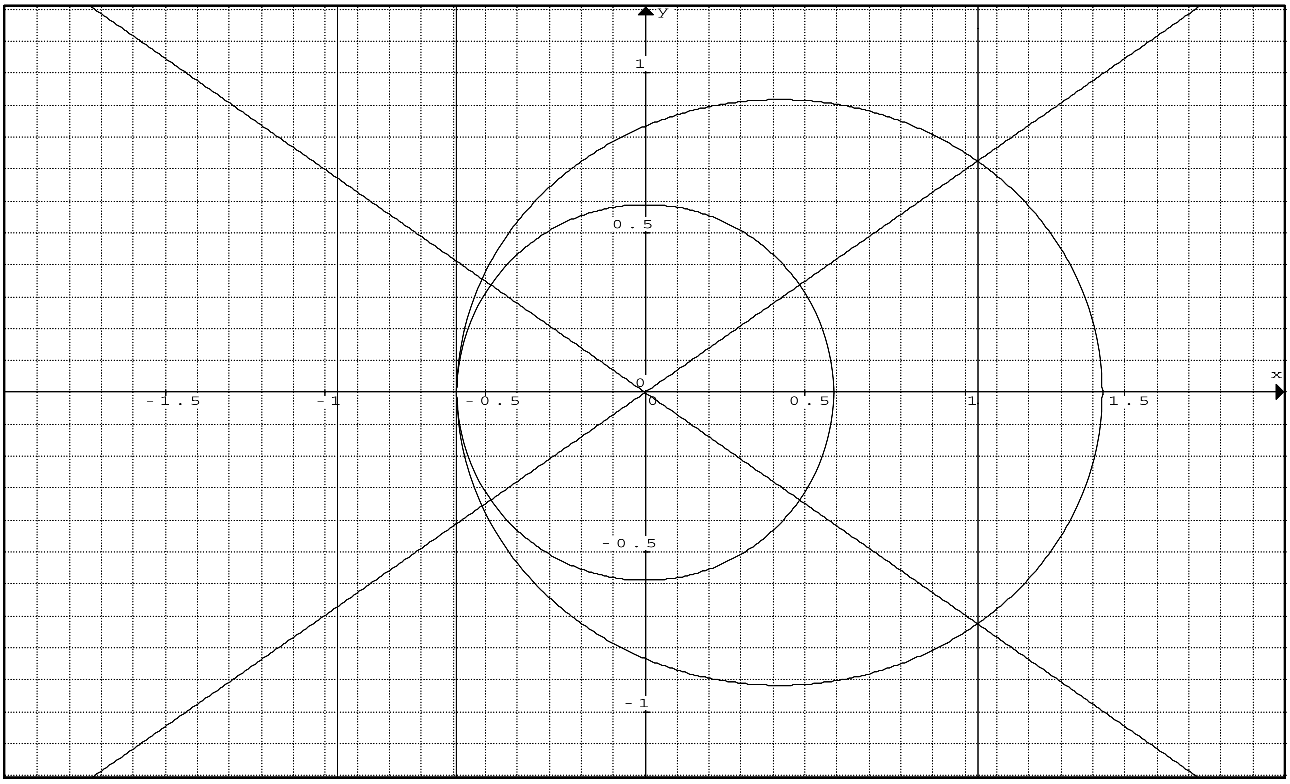
$0,826399131X^2 + Y^2 - 0,694951697X - 0,69550035 = 0$
$Y = -1,413658153X$

$X1 = -0,38820713$ $X2 = 0,634222666$
$Y1 = 0,548792174$ $Y2 = -0,896574042$

$D=0,372357931+0,588687439+0,634222666=1,595268036$

$h = arcocota(1,595268036) = (32,08170322)°$

$\delta = (43,86201389-90+32,08170322)° = -14° \ 03' \ 22''$



E V O P

Equazione dell’ellisse:
$Y^2 = -0{,}826399131X^2 + 0{,}694951696X + 0{,}695500351$

Distanza dei vertici dell’ellisse dall’origine degli assi.
$X1 = -0{,}588687439 \qquad X = 1{,}429626968$

Equazione della circonferenza tangente nel vertice dell’ellisse e avente centro nel punto equinoziale, origine degli assi cartesiani.
$Y^2 = 0{,}3465529 - X^2$

Equazione della retta passante nel punto E. (Ortostilo.)
$X = -\ 0{,}96104537$

Equazione passante per il vertice V dell’ellisse.
$X = -\ 0{,}588687439$

Le due equazioni seguenti sono relative al punto P.
Punto P colpito dal raggio solare.
$X = 1{,}03895463$

Equazioni delle rette passanti per l’origine degli assi.
$Y = \pm\ 0{,}697724746X$

Posizione dell’ellisse del solstizio invernale.

$\varphi = (67{,}26445843)°$ $\alpha = (0{,}270977184)°$

$[(\tan g(\varphi + \alpha) - \tan g(\varphi - \alpha)] = 0{,}0633357$

$0{,}0633357X = 538{,}7794347$ $X =$ mm. $8506{,}725882$

$\tan g(\varphi - \alpha) \times 8506{,}725882 =$ mm. $20034{,}25259$

$\tan g(\varphi) \times 8506{,}725882 =$ mm.$20300{,}60184$

$\tan g(\varphi + \alpha) \times 8506{,}725882 =$ mm. $20573{,}03202$

Distanza verso sud del vertice dell’ellisse dal punto solstiziale.

$20300{,}60184 - 20034{,}25259 =$ mm. $266{,}3492467$

Distanza verso nord del vertice dell’ellisse dal punto solstiziale.

$20573{,}03202 - 20300{,}60184 =$ mm. $272{,}430188$

Differenza fra il punto solstiziale e il centro dell’ellisse.

$(272{,}430188 + 266{,}3492467)/2 =$ mm. $269{,}3897174$

$(269{,}3897174 - 266{,}3492467) =$ mm. $3{,}04$

Lunghezza totale della linea meridiana.

$\mathrm{Tan}(\varphi) \times 8139 + 272{,}430188 =$ mm. $19695{,}48444$

Appendice.

Asse maggiore 1,009157203 x 2x 8139 =mm. 16427,06095

Asse minore 0,917389469 x 2 x 8139 =mm. 14933,26578

Ora disegniamo virtualmente questa ellisse sul pavimento della chiesa dalle dimensioni reali.

Immaginiamo di poter bloccare la rotazione terrestre a mezzogiorno vero, durante uno dei solstizi, il piano della chiesa compirà la sua rivoluzione annuale.

Il raggio solare che penetra dal foro gnomonico, seguirà con puntualità e precisione questa ellisse.

Modi per calcolare l'eccentricità dell'ellisse.

1° arcocos(b/a) = (24,62354367)°
sen(24,62354367)° =$\underline{0,416654375}$

2° (c/a) = $\underline{0,416654375}$

3° $\tan(\varphi)\tan(\delta) = e$
$\tan(43,86201389)°(\tan 23,4388)° = \underline{0,416654375}$

4° Riferimento a esempio N°1 e N°2
VE = Distanza del vertice dalla direttrice.
VE = (a / c)(a − c) = 1,412891532
(VE + OV) = 1,412891532+0,588687439 = 2,001578971
(VE + OV + X) = 3,040533601

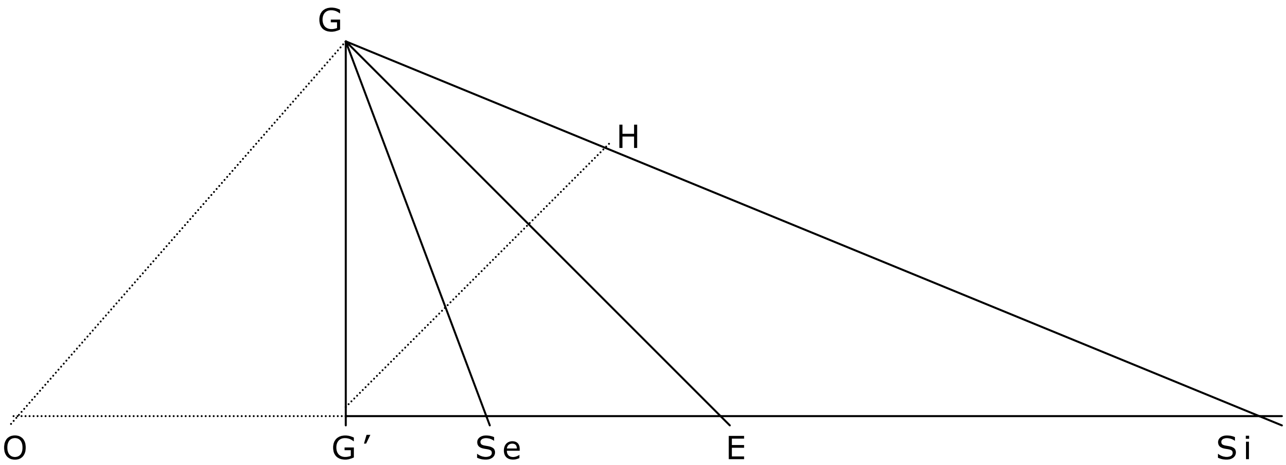
$X^2 + Y^2 = OP^2$
$(1,03895463)^2 + (0,724904356)^2 = 1,604913049$
$OP = (1,604913049)^{0,5} = 1,266851629$

OP / (VE + OV+ X) = e
1,266851629/3,040533601=$\underline{0,416654375}$

(VE +OV + X) = 1,520533601
OP = 0,633536978

OP / (VE + OV+ X) =$\underline{0,416654376}$

N.B. Nell'esmpio 4° si considera la distanza dalla direttrice e non dal piede della verticale del foro gnomonico come per il calcolo dell'ascensione retta.



GG’ = Ortostilo   Se= Solstizio estivo.
E = Equinozio.   Si = Solstizio invernale.

GOG’ = HG’E = φ SeGE = EGSi = δ

$e = \tan(\varphi)\tan(\delta)$

$e = c / a$

e = (Eccentricità della conica.)

R = SeE $R = \tan(\varphi) - \tan(\varphi-\delta)$

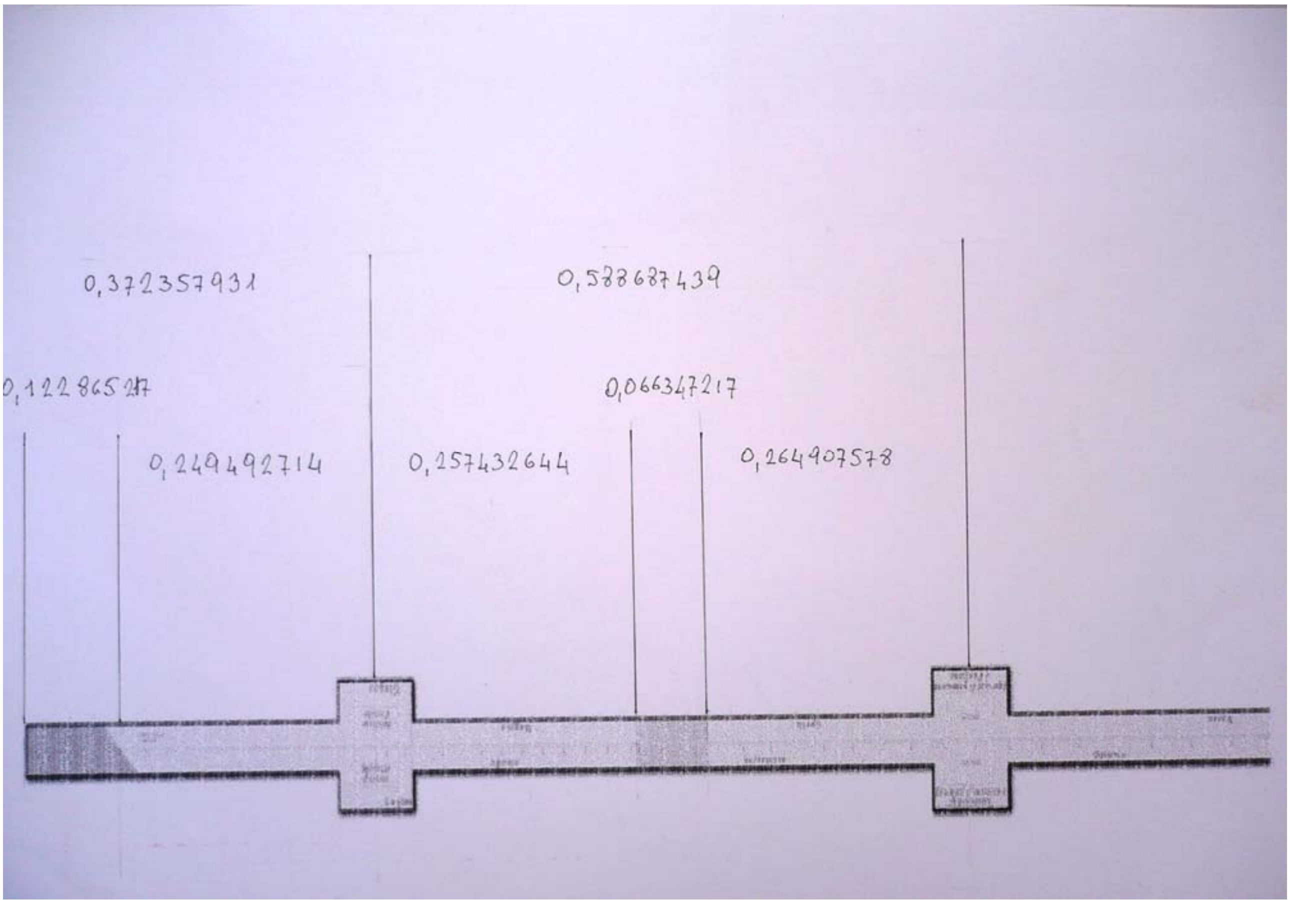
$R = \mathrm{sen}(\alpha)/[\cos(\varphi-\delta)\cos(\varphi)]$

R = (Raggio della circonferenza di centro E e tangente nel vertice della conica.)

$(1-e^2)X^2 + Y^2 - 2Re(1+e)X - R^2(1+e)^2 = 0$
Equazione della conica.

$(1-e^2) < 1$ Si ha un’ellisse.
$(1-e^2) = 0$ Si una parabola.
$(1-e^2) > 1$ Si ha un’iperbole.

Considerazioni sul tratto inclinato.



Della meridiana a camera oscura della

Chiesa di Nostra Signora della Visitazione di Perinaldo.

Latitudine del tratto inclinato (43,86201389+41,63353937) = (85,49555326)°

Le misure sono state ricavate dal disegno allegato.
La retta complanare al piano verticale della meridiana interseca la retta meridiana nel punto di ascissa 0,696137792 con un inclinazione di (138,3664606)°

Equazione della retta inclinata:

Y = tan(138,3664606)°(X − 0,696137792)
Y = −0,88888889X + 0,618789149

Calcolo misura dell’ortostilo:

I triangoli rettangoli HDG’ e GHG’’ sono simili per avere gli angoli opposti con vertice H uguali.

Angoli GDH = G’’GH = (41,63353937)°

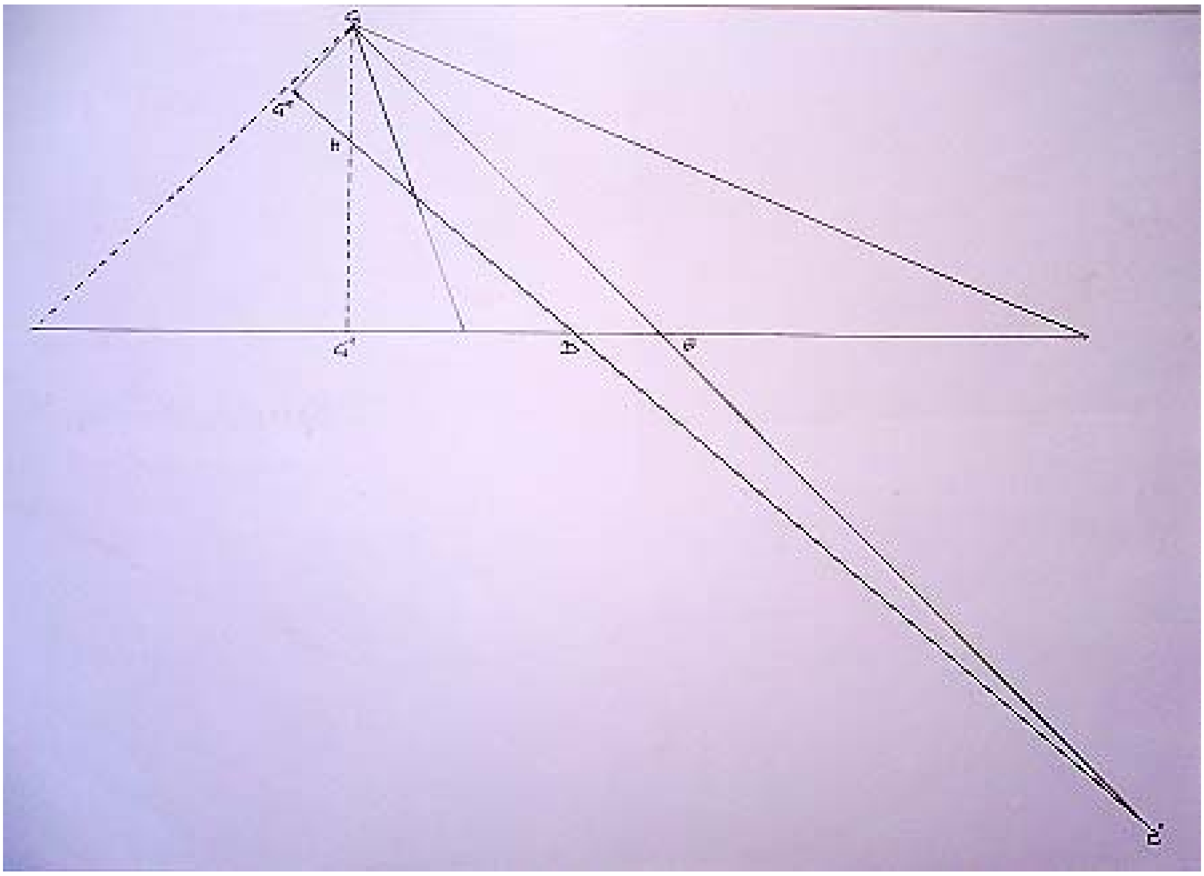
Equazione della retta inclinata:

Y =−0,88888889X+0,618789149

Per X = 0   Y = G’H = 0,618789149

GH = 1 − 0,618789149 = 0,284920542

0,284920542 x 8139 = mm. 2318,968293



Ellisse giorno 27 agosto 2006

Latitudine (43,862011389)°

Angolo tratto inclinato(138,3664606)°

Lat. totale (43,862011389+41,63353937)°=(85,49555326)°

Colatitudine (4,504446738)°

Semidiametro solare = (ɑ) = (0,263833333)°

Decl. del Sole (10,01861111)° Alt. del Sole (14,52305785)°

Rifrazione R =(0,010833333)°Parallasse P =(0,002416667)°

Alt. del Sole corretta (+R−P) = (14,53147451)°

φ = (75,46852549)°

Altezza del foro gnomonico mm. 8139

Diametro foro gnomonico mm. 15

FG=7,5xcos (23,4388 + 10,01861111)=mm. 6,257218916

OG=GH=FG/tang(ɑ) = mm. 1358,849154

GE = [(tang(φ))^2+1]^0,5 = 3,985464174

GE = 3,985458213 x 2318,968293 = mm. 9242,165055

Tang(φ + ɑ) − tang(φ − ɑ) = 0,146330549

OE=GE+OG=9242,165055+1358,849154= mm. 10601,01421

HG=GE−HG=9242,165055−1358,849154= mm. 7883,315901

OO’ = 10601,01421 x cos(φ) = mm. 2659,919584

HH’ = 7883,315901 x cos(φ) = mm. 1978,017003

2659,919584 x 0,146330549 = mm. 389,2274922

1978,017003 x 0,146330549 = mm. 289,4443133

389,2274922 − 289,4443133 = 99,78317892

99,78317892 x 20 / 100 = mm. 19,95663578

389,2274922 − 19,95663578 = mm. 369,2708564

Asse maggiore = 2a = mm. 369,2

OG=GH=7,5 / tang(α) = mm. 1628,73775

9242,165055 + 1628,73775 = mm. 10870,90280

9242,165055 − 1628,73775 = mm. 7613,427305

10870,90280 x tang(α) x 2 = mm. 100,1165117

7613,427305 x tang(α) x 2 = mm. 70,1165117

100,1165117 − 70,1165117 = mm. 30

30 x 20 / 100 = mm. 6

100,1165117 − 6 = mm. 94,11651175

Asse minore = 2b = mm. 94,1

Ellisse giorno 28 agosto 2006.

Latitudine (43,862011389)°

Angolo tratto inclinato (138,3664606)°

Lat. totale (43,862011389+41,63353937)°=(85,49555326)°

Colatitudine (4,504446738)°

Semidiametro solare = (α) = 0,263888889

Decl. del Sole (9,666666667)° Alt. del Sole (14,17111341)°

Rifrazione R =(0,055833333)°Parallasse P =(0,002254427)°

Alt. del Sole corretta (+R−P) = (14,22469231)°

φ = (75,77530769)°

Altezza del foro gnomonico mm. 8139

Diametro foro gnomonica mm. 15

FG=7,5xcos(23,4388 + 9,666666667)=mm. 6,282499564

OG=GH=FG/tang(α) = mm. 1364,051991

GE = [(tang(φ))^2+1]^0,5 = 4,069587384

GE = 4,069587384 x 2318,968293 = mm. 9437,244108

Tang(φ + α) − tang(φ − α) = 0,152607432

OE=GE+OG=9437,244108+1364,051991= mm. 10801,29610

HG=GE−HG=9437,244108−1364,051991= mm. 8073,192117

OO′ = 10801,29610 x cos(φ) = mm. 2654,150183

HH′ = 8073,192117 x cos(φ) = mm. 1983,786403

2654,150183 x 0,152607432 = mm. 405,0430423

1983,786403 x 0,152607432 = mm. 302,7405476

405,0430423 − 302,7405476 = 102,3024947

102,3024947 x 20 / 100 = mm. 20,46049894

405,0430423 − 20,46049894 = mm. 384,5825434

Asse maggiore = 2a = mm. 384,5

OG=GH=7,5 / tang(α) = mm. 1628,39485

9437,244108 + 1628,5825434 = mm. 11065,63896

9437,244108 − 1628,5825434 = mm. 7808,849258

11065,63896 x tang(α) x 2 = mm. 101,9314108

7808,849258 x tang(α) x 2 = mm. 71,93141078

30 x 20 / 100 = mm. 6

101,93141078 − 6 = mm. 95,93141078

Asse minore = 2b = 95,9

Ellisse giorno 29 agosto 2006.

Latitudine (43,862011389)°

Angolo tratto inclinato (138,3664606)°

Lat. totale (43,862011389+41,63353937)°=(85,49555326)°

Colatitudine (4,504446738)°

Semidiametro solare = (α) = 0,263944444

Decl. del Sole (9,312222222)° Alt. del Sole (13,81666896)°

Rifrazione R =(0,055833333)°Parallasse P =(0,002254427)°

Alt. del Sole corretta (+R−P) = (13,87024787)°

φ = (76,12975213)°

Altezza del foro gnomonico mm. 8139

Diametro foro gnomonica mm. 15

FG=7,5xcos(23,4388 + 9,312222222)=mm. 6,307720209

OG=GH=FG/tang(α) = mm. 1369,239616

GE = [(tang(φ))^2+1]^0,5 = 4,171464833

GE = 4,171464833 x 2318,968293 = mm. 9673,494682

Tang(φ + α) − tang(φ − α) = 0,160380411

OE=GE+OG=9673,494682+1369,239616= mm. 11042,73430

HG=GE−HG=9673,494682−1369,239616= mm. 8304,255066

OO′ = 11042,73430 x cos(φ) = mm. 2647,207813

HH′ = 8304,255066 x cos(φ) = mm. 1990,728773

2647,207813 x 0,160380411 = mm. 424,5602777

1990,728773 x 0,160380411 = mm. 319,2738992

424,5602777 − 319,2738992 = 105,2863785

105,2863785 x 20 / 100 = mm. 21,05727571

424,5602777 − 21,05727571 = mm. 403,503002

Asse maggiore = 2a = mm. 403,5

OG=GH=7,5 / tang(α) = mm. 1628,052098

9673,494682 + 1628,052098 = mm. 11301,54678

9673,494682 − 1628,052098 = mm. 8045,442584

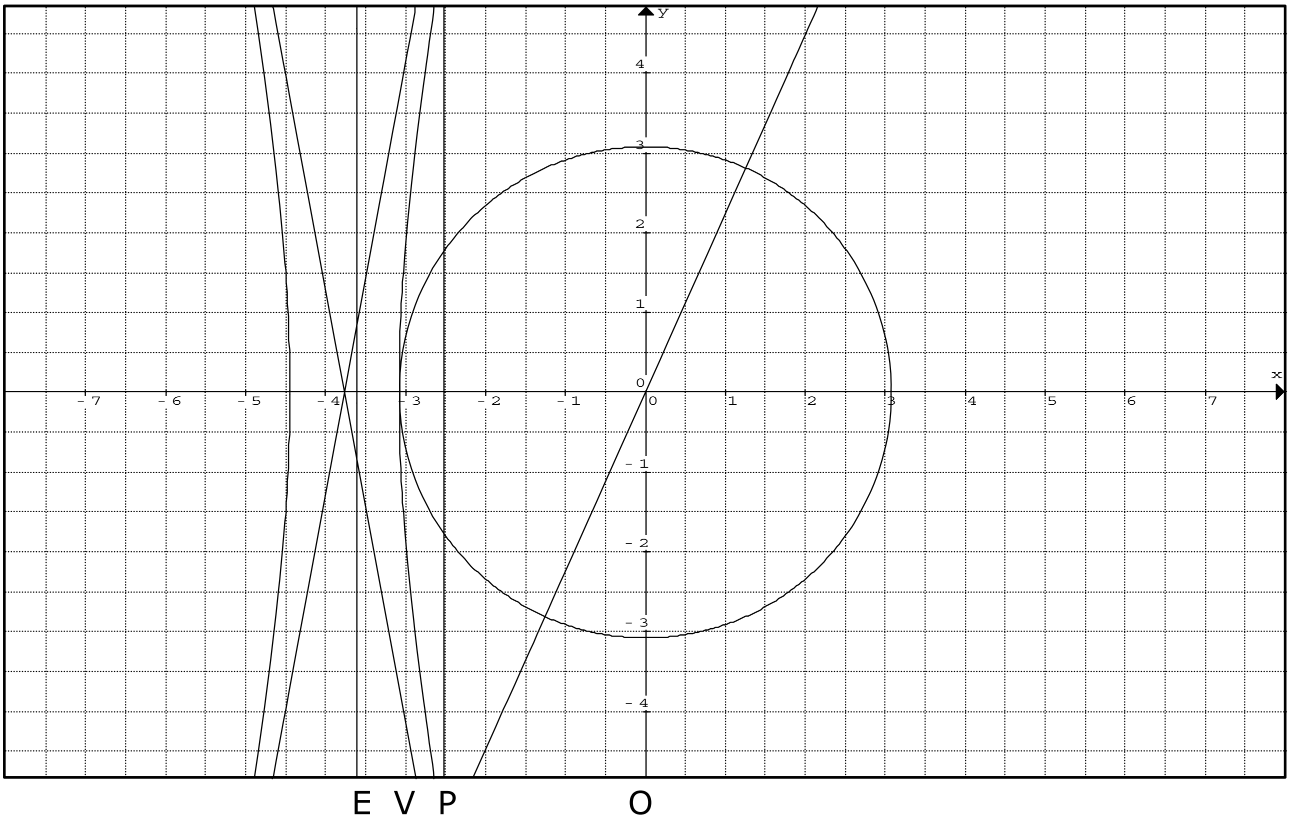
11301,54678 x tang(α) x 2 = mm. 104,1263986

8045,442584 x tang(α) x 2 = mm. 74,12639859

30 x 20 / 100 = mm. 6

104,1263986 − 6 = mm. 98,12639859

Asse minore = 2b = 98,1



Equazione dell'iperbole:
Y^2 = 29,28547457X^2 + 220,424716X + 401,0755661

Equazioni degli asintoti:
Y = ±(5,411605545X + 20,36592599)

Equazione della circonferenza tangente nel vertice dll'iperbole e avente centro nel punto equinoziale, origine degli assi cartesiani.
Y^2 = 9,483502792−X^2

Equazione della retta passante per il punto E. (Ortostilo.)
X = −3,616670114

Equazione della retta passante per il vertice dell'iperbole.
X = −3,079529638

Le due equazioni seguenti sono relative al giorno 27/08.
Equazione della retta passante per il punto P. (Punto colpito dal raggio solare.)
X = −2,516790311

Equazione della retta passante per l'origine degli assi.
Y=2,241191161X

Calcolo ascensione retta.

Equazione dell’iperbole relativa alla linea meridiana del tratto inclinato.

Ortostilo 0,284920542

Solstizio estivo $\tan(85,49555326-23,4388)° = 1,885229026$

$1,885229026 \times 0,284920542 = 0,537140476$

Equinozio $\tan(85,49555326)° - 1,885229026 = 10,80838053$

$R = 10,80838053 \times 0,284920542 = 3,079529638$

$e = \tan(85,49555326)° \times \tan(23,4388) = 5,503224016$

$-29,28547457X^2 + Y^2 - 220,424716X - 401,0755661 = 0$

$29,28547457X^2 - Y^2 + 220,424716X + 401,0755661 = 0$

$X1 = -4,447229591 \qquad X2 = -3,079529638$

X1 e X2 distanza dei vertici dal fuoco

$(X1 + X)/2 = -3,763379615$

Distanza dei fuochi dal centro

Operiamo una traslazione degli assi:

$29,28547457(X-3,763379615)^2 - Y^2 +$
$+220,424716(X-3,763379615) + 401,0755661 = 0$

$29,28547457X^2 - Y^2 = 13,69537527$

$$\frac{X^2}{(0,683849975)^2} - \frac{Y^2}{(3,700726317)^2} = 1$$

$Y = \pm(3,700726317/0,683849975)(X^2-0,683849975)^{0,5}$

$b/a = \pm(3,700726317/0,683849975) = 5,411605545$

Arcotan $\pm 5,411605545 = \pm(79,53052464)°$

Angolo formato dagli asintoti con l’asse delle ascisse.

$Y = \pm 5,411605545\,(X+3,763379615)$

$Y = \pm(5,411605545X + 20,36592599)$

Equazioni delle rette degli asintoti passanti nel punto $(-3,079529638\ ;\ 0)$ e coefficiente angolare $\pm5,411605545$

$EV = 0,537140476$ $R = VO = 3,079529638$

EV = Distanza del solstizio estivo dall'ortostilo.

$EV + VO = 3,616670114$ $PO = X$

EV + VO = Distanza del fuoco dell'iperbole dall'ortostilo.
P =Punto colpito dal raggio solare.
VP = Distanza del punto P dal vertice Dell'iperbole

Calcolo ascensione retta del giorno 27 agosto 2006

$h = (14,52305785)°$

$\delta = (85,49555326-90+14,52305785)° = (10,01860652)°$

$\delta = (10,01860652)° = 10°\ 01'\ 07''$

$(90 - 14,52305785)° = (75,47694215)°$

$Tan(75,47694215)° = 3,860303632$

$3,860303632 \times 0,284920542 = 1,099879803$

Punto colpito dal raggio solare distante 1,099879803 dall'ortostilo il quale misura 0,284920542.

$1,099879803 -(0,537140476+3,079529638)=-2,516790311$

Il punto colpito dal raggio solare dista dal centro degli assi cartesiani-fuoco dell'iperbole −2,516790311

$29,28547457X^2 - Y^2 +220,424716X + 401,0755661=0$
$X = -2,516790311$

$Y^2 = 31,81380976$ $Y = \pm5,640373193$

$Arcotan(\pm5,640373193 / -2,516790311) = \pm(65,9530987)°$

$(90 -65,9530987)° =(24,0469013)°/15 = 1h\ 36m\ 11s$

$(90 +65,9530987)° =(155,9530987)°/15 = 10h\ 23m\ 48s$

Ascensione retta del giorno 16/04 e 27/08

* * * * *

Calcolo ascensione retta del giorno 28 agosto 2006

$h = (14,17111341)°$

$\delta = (85,49555326-90+14,17111341)° = (9,66666667)°$

$\delta = (9,6666667)° = 9° \ 40' \ 00''$

$(90 - 14,17111341)° = (75,82888659)°$

$\text{Tan}(75,82888659)° = 3,960356481$

$3,960356481 \times 0,284920542 = 1,128386915$

$1,128386915-(0,537140476+3,079529638)=-2,488283199$

$29,28547457X^2 - Y^2 + 220,424716X + 401,0755661=0$
$X = -2,488283199$

$Y^2 = 33,91902472 \qquad Y = \pm 5,824004183$

$\text{Arcotan}(\pm 5,824004183/-2,488283199) = \pm(66,86559182)°$

$(90 - 66,86559182)° = (23,13440818)°/15 =$ 1h 32m 32s

$(90 + 66,86559182)° = (156,8655918)°/15 =$ 10h 27m 27s

Ascensione retta del giorno 15/04 e 28/08

* * * * *

Calcolo ascensione retta del giorno 29 agosto 2006

$h = (13,81666896)°$

$\delta = (85,49555326-90+13,81666896)° = (9,31222222)°$

$\delta = (9,31222222)° = 9° \ 18' \ 44''$

$(90 - 13,81666896)° = (76,18333104)°$

$\text{Tan}(76,18333104)° = 4,066163627$

$4,066163627 \times 0,284920542 = 1,158533544$

$1,158533544-(0,537140476+3,079529638)=-2,45813657$

$29,28547457X^2 - Y^2 + 220,424716X + 401,0755661=0$
$X = -2,45813657$

$Y^2 = 36,19709895 \qquad Y = 6,016402493$

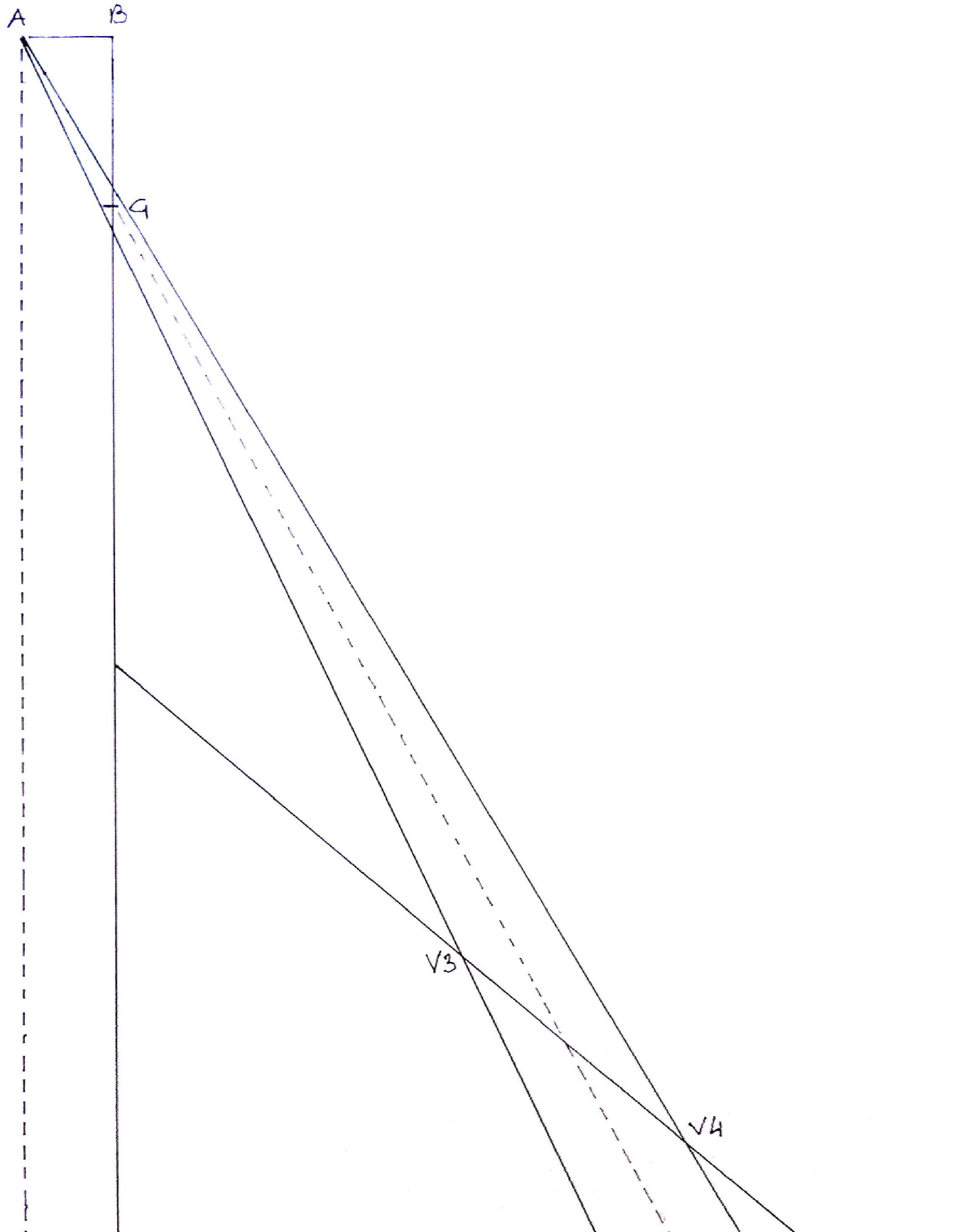
$\text{Arcotan}(\pm 6{,}016402493/-2{,}45813657) = \pm(67{,}77642567)°$

$(90 - 67{,}77642567)° = (22{,}22357433)°/15 =$ 1h 28m 53s

$(90 + 67{,}77642567)° = (157{,}7764257)°/15 =$ 10h 31m 06s

Ascensione retta del giorno 14/04 e 29/08

Le considerazione fatte per l'ellisse sono valide anche per l'iperbole.


A
B
G
V3
V4
G'
V1
V2

Ellisse giorno 27 agosto 2006

Calcolata sul piano della navata.

Colatitudine (46,13798611)°

Semidiametro solare = (α) = 0,263833333

Decl. del Sole (10,01861111)° Alt. del Sole (56,15659722)°

Rifrazione R =(0,010833333)°Parallasse P =(0,002416667)°

Alt. del Sole corretta (+R−P) = (56,16501389)°

φ = (33,83498611)°

Altezza del foro gnomonico mm. 8139

Diametro foro gnomonico mm. 15

FG=7,5xcos (23,4388 + 10,01861111)=mm. 6,257218916

OG=GH=FG/tang(α) = mm. 1358,849154

GE = [(tang(φ))^2+1]^0,5 = 1,203884269

GE = 1,203884269 x 8139 = mm. 9798,414064

Tang(φ + α) − tang(φ − α) = 0,013347924

OE=GE+OG=9798,414063+1358,849154= mm. 11157,26322

HG=GE−HG=9798,414063−1358,849154= mm. 8439,564909

OO’ = 11157,26322 x cos(φ) = mm. 9267,72075

HH’ = 8455,315043 x cos(φ) = mm. 7010,27925

9267,560306 x 0,013398589 = mm. 123,7048289

7010,439694 x 0,013398589 = mm. 93,57267217

123,7048289 − 93,57267217 = 30,13215677

30,13215677 x 20 / 100 = mm. 6,026431354

123,7048290 − 6,026431354 = mm. 117,6783976

Asse maggiore = 2a = mm. 117,6

Di questi dati si tiene conto per la soluzione analitica eseguita come verifica ai calcoli precedenti.

Tratto inclinato giorno 27 agosto 2006

$\varphi = (33{,}83498611)$ $\alpha = (0{,}263833333)°$

$9267{,}72075 : 123{,}7048289 = X : 117{,}6783976$

$BG' = X = 8816{,}232454 / 8139 = 1{,}083208312$

$BG = 1{,}083208312 - 1 = 0{,}083208312$

$AB = 0{,}083208312 \times \tan(\varphi)° = 0{,}055776719$

Ascisse dei due vertici dell'ellisse:

$G'V1 = 1{,}083208312 \times \tan(\varphi - \alpha) - 0{,}055776719 = 0{,}663119312$

$G'V2 = 1{,}083208312 \times \tan(\varphi + \alpha) - 0{,}055776719 = 0{,}677577894$

Coordinate del punto A $(-0{,}055776719 ; 1{,}083208312)$

Coordinate del punto V1 $(0{,}663119312 ; 0)$

Coordinate del punto V2 $(0{,}677577894 ; 0)$

Retta passante per i punti A e V1:

$Y = -1{,}506766299X + 0{,}999165831$

Retta passante per i punti A e V2:

$Y = -1{,}477059383X + 1{,}000822785$

Retta tratto inclinato:

$Y = -0{,}88888889X + 0{,}618789149$

Calcolo coordinate dei punti V3 e V4

$-1{,}506766299X + 0{,}999165831 = -0{,}88888889X + 0{,}618789149$

$X3 = 0{,}615618368$ $Y3 = 0{,}071572821$

$-1{,}477059383X + 1{,}000822785 = -0{,}88888889X + 0{,}618789149$

$X4 = 0{,}649528735$ $Y4 = 0{,}041430273$

$[(Y3 - Y4)^2 + (X3 - X4)]^{0,5} = 0{,}045370543$

Asse maggiore: $0{,}045370543 \times 8139 = 369{,}2708511$

Ritrovando il risultato precedentemente ottenuto